Matematică
pentru clasa a V-a

Metode explicite de rezolvare
pentru
principalele tipuri de exerciții

Booklet

Editura Booklet
www.booklet.ro

Pentru comenzi:
tel: 021 430. 3095
021 440. 1002
e-mail: comenzi@booklet.ro

Descrierea CIP a Bibliotecii Naţionale a României
Matematică : clasa a V-a : metode explicite de rezolvare pentru principalele tipuri de exerciţii. - Bucureşti : Booklet, 2017
ISBN 978-606-590-532-0

51

Redactor: Alexandru Ghiță
Copertă: Andreea Alexandra Vraja

CNI CORESI
Tipărit la C.N.I. „CORESI" S.A.

Capitolul I. Numere naturale

1. Scrierea și citirea numerelor naturale

Exercițiul 20 pagina 12

Rezolvare: a) Cum $\overline{abcde}$ trebuie să fie cel mai mic număr natural și a nu poate fi cifra zero, alegem $a = 1$. Apoi b trebuie aleasă astfel încât să fie cea mai mică cifră posibilă nefolosită până acum. Rezultă $b = 0$. în continuare c trebuie să fie cea mai mică cifră posibilă nefolosită până acum. Rezultă $c = 2$ ș.a.m.d. Obținem:

$$\overline{abcde} = 10234.$$

Exercițiul 31 pagina 13

Rezolvare: a) $1 + a + 2 + b = 10$, de unde obținem că $a + b = 10 - 2 - 1$, ceea ce este echivalent cu $a + b = 7$. Nu avem condiții suplimentare pentru cifrele a și b și rămân astfel de găsit toate perechile de numere naturale a și b pentru care:

$$a + b = 7$$

Pentru $a = 0$ și $b = 7$ obținem numărul 1027.
Pentru $a = 1$ și $b = 6$ obținem numărul 1126 ș.a.m.d.

Numerele sunt: 1027, 1126, 1225, 1324, 1423, 1522, 1621, 1720.

b) $1 \cdot a \cdot 2 \cdot b = 12$, ceea ce este echivalent cu $a \cdot b = 6$. Se impune condiția ca atât cifra a cât și cifra b să fie diferite de cifra zero. Altfel, produsul $a \cdot b = 0$ și ar fi diferit de 6, ceea ce nu ar conveni. Rămân de găsit toate perechile de numere naturale a și b care au produsul 6.

Pentru $a = 1$ și $b = 6$ obținem numărul 1126.
Pentru $a = 2$ și $b = 3$ obținem numărul 1223 ș.a.m.d.

Numerele sunt: $1126, 1223, 1621, 1322$.

2. Reprezentarea numerelor naturale pe axa numerelor Compararea și ordonarea numerelor naturale. Aproximări

Exercițiul 8 pagina 17

Rezolvare: a) $31 > \overline{3x}$. Cum numărul 31 este mai mai mare strict decât numerele de forma $\overline{3x}$, singura posibilitate este ca alegerea lui x să fie zero. Obținem $31 > 30$. Pentru alte valori ale lui x se obțin contradicții.
Exemplu: Pentru $x = 2$ avem $31 > 32$, adică 31 este mai mare strict ca 32. Fals!

b) $\overline{x5} \leq 55$. Cum numerele de forma $\overline{x5}$ sunt mai mici sau egale decât 55, obținem că x trebuie să fie mai mic sau egal cu 5. În plus, cifra x poate fi zero. Alegerea lui x poate fi $1, 2, 3, 4$ sau 5.

Numerele sunt: 15, 25, 35, 45, 55.

Exercițiul 15 pagina 17

Rezolvare: Observăm că $b < a$, de unde obținem că $b < a < d$.
Cum $c < b$ avem că $c < b < a < d$.

Exercițiul 17 pagina 17

Rezolvare:

b) $\overline{x2}$ cu 32. Cum cifrele unităților celor două numere sunt egale, diferențiatorul rămâne cifra zecilor. În acest caz, cifra x nu are voie să fie zero.

Astfel, pentru x ales dintre cifrele 1 sau 2, numerele de forma $\overline{x2}$ sunt mai mici strict decât numărul 32.

Pentru $x = 3$, obținem egalitate între cele două numere.

Pentru x ales dintre cifrele 4, 5, 6, 7, 8 sau 9, numerele de forma $\overline{x2}$ sunt mai mari strict decât numărul 32.

3. Adunarea numerelor naturale. Proprietăți

Exercițiul 13 pagina 19

Rezolvare: Observăm că putem scrie numărul 234567 astfel:

$$234567 = 100000 + 134567$$

Înlocuindu-l în ecuația dată sub această formă, obținem:

$$a + 100000 + 134567 = 421678$$

Avem că $a + 10000 = 421678 - 134567$, de unde rezultă că:

$$a + 100000 = 287111$$

Exercițiul 28 pagina 20

Rezolvare: a) Numerele consecutive se măresc din 1 în 1. Astfel, dacă notăm primul număr cu litera k, cele cinci numere vor fi:

$$k, k + 1, k + 2, k + 3 \text{ și } k + 4$$

Litera k reprezintă, în acest caz, un număr natural. Avem că:

$$k + k + 1 + k + 2 + k + 3 + k + 4 = 90, \text{ adică:}$$

$$5 \cdot k + 10 = 90, \text{ de unde rezultă că:}$$

$5 \cdot k = 90 - 10$, ceea ce este echivalent cu $5 \cdot k = 80$. Obținem $k = \frac{80}{5}$, adică $k = 16$.

Numerele sunt: 16, 17, 18, 19, 20.

b) Numerele pare au forma $2 \cdot k$, unde k reprezintă, în acest caz, un număr natural. Astfel, dacă notăm primul număr cu $2 \cdot k$, următorul număr par este $2 \cdot k + 2$. Cele cinci numere pare consecutive pot fi reprezentate de numerele: $2 \cdot k, 2 \cdot k + 2, 2 \cdot k + 4, 2 \cdot k + 6$ și $2 \cdot k + 8$. Astfel:

$$2 \cdot k + 2 \cdot k + 2 + 2 \cdot k + 4 + 2 \cdot k + 6 + 2 \cdot k + 8 = 240, \text{ adică:}$$

$10 \cdot k + 20 = 240$, de unde rezultă că $10 \cdot k = 240 - 20$, ceea ce este echivalent cu $10 \cdot k = 220$. Obținem $k = \frac{220}{10}$, adică $k = 22$.

Numerele sunt: $44, 46, 48, 50, 52$.

c) Numerele impare au forma $2 \cdot k + 1$, unde k reprezintă un număr natural. Astfel, dacă notăm primul număr cu $2 \cdot k + 1$, următorul număr impar este $2 \cdot k + 3$. Cele șase numere impare consecutive pot fi reprezentate de numerele:

$2 \cdot k + 1, 2 \cdot k + 3, 2 \cdot k + 5, 2 \cdot k + 7, 2 \cdot k + 9$ și $2 \cdot k + 11$. Astfel:

$$2 \cdot k + 1 + 2 \cdot k + 3 + 2 \cdot k + 5 + 2 \cdot k + 7 + 2 \cdot k + 9 + 2 \cdot k + 11 = 336$$

Adică: $12 \cdot k = 336 - 36$, ceea ce este echivalent cu $12 \cdot k = 300$. Obținem $k = \frac{300}{12}$, adică $k = 25$.

Numerele sunt: $51, 53, 55, 57, 59, 61$.

Exercițiul 31 pagina 21

Rezolvare: a) Notăm cu S suma cerută, adică $S = 1 + 2 + 3 + 4 + \cdots + 29$. Folosind proprietățile adunării putem scrie suma S și în ordine inversă, adică $S = 29 + 28 + \cdots + 4 + 3 + 2 + 1$. Scriind sumele echivalente una sub cealaltă și apoi adunându-le termen cu termen, obținem:

$$S + S = 1 + 29 + 2 + 28 + \cdots + 27 + 3 + 28 + 2 + 29 + 1, \text{ adică:}$$

$$2S = \underbrace{30 + 30 + 30 + \cdots + 30}_{de\ 29\ de\ ori}, \text{ adică:}$$

$$2S = 29 \cdot 30.$$

Obținem că $S = \frac{29 \cdot 30}{2}$, deci $S = 435$.

Exercițiul 49 pagina 22

Rezolvare: a) Cum numerele pe care trebuie să le găsim sunt de forma $\overline{ab}$, se impune condiția ca cifra a să fie diferită de zero. Știm că un număr de forma $\overline{xyz}$ se descompune în $x \cdot 100 + y \cdot 10 + z$. Folosindu-ne de această descompunere avem:

$$\overline{3ab} + \overline{ab4} = 557, \text{ echivalent cu:}$$

$$3 \cdot 100 + a \cdot 10 + b + a \cdot 100 + b \cdot 10 + 4 = 557, \text{ de unde obținem că:}$$

$a \cdot 110 + b \cdot 11 + 304 = 557$, adică $a \cdot 110 + b \cdot 11 = 557 - 304$ și deci $a \cdot 110 + b \cdot 11 = 253$. Putem da factor comun numărul 11 în stânga egalității. Așadar $11 \cdot (10 \cdot a + b) = 253$ și astfel $10 \cdot a + b = \frac{253}{11}$, ceea ce este echivalent cu $10 \cdot a + b = 23$. Cum a și b sunt cifre, iar a nu poate fi zero vom analiza pe rând, cazurile posibile:

Pentru $a = 1$, obținem $10 + b = 23$ și atunci $b = 13$ nu convine pentru că nu este cifră.

Pentru $a = 2$, obținem $20 + b = 23$ și atunci $b = 3$.

Pentru $a = 3$, obținem că $30 + b = 23$ și atunci b nu este cifră.

Singura soluție este: $\overline{ab} = 23$.

4. Scăderea numerelor naturale

Exercițiul 5 pagina 23

Rezolvare: f) Pentru a rezolva acest tip de ecuație se procedeză astfel:

Se lasă termenul necunoscut într-o parte a egalității, iar restul termenilor se mută în cealaltă parte a egalității. Se efectuează apoi calculele. Astfel:

$417 + x + 763 = 4249$ este echivalent cu: $x = 4249 - 417 - 763$.

Obținem $x = 3096$.

Exercițiul 19 pagina 24

Rezolvare: Notăm numerele cu literele a și b. Atunci avem că:

$$a + b = 345 \quad \textbf{(1)}$$
și
$$a - b = 135 \quad \textbf{(2)}$$

Din a doua relație obținem că $a = 135 + b$. Înlocuind în prima relație numărul a cu $135 + b$ obținem: $135 + b + b = 345$, adică $2 \cdot b = 210$. Avem că $b = \frac{210}{2}$, deci $b = 105$. Cu b astfel aflat, îl putem înlocui în oricare dintre cele două relații de la început pentru a îl obține pe a. Astfel, înlocuindu-l în prima relație avem: $a + 105 = 345$, de unde rezultă că: $a = 345 - 105$, deci $a = 240$.

Exercițiul 37 pagina 26

Rezolvare: Notăm cele trei numere cu literele x, y, z și numărul care se scade cu litera t. Atunci $x - t = 256, y - t = 432, z - t = 312$. De aici obținem că: $x = 256 + t, y = 432 + t, z = 312 + t$. Adunăm cele trei relații și obținem:

$$x + y + z = 256 + t + 432 + t + 312 + t, \text{ adică:}$$

$$x + y + z = 1000 + 3t.$$

Din ipoteză știm că $x + y + z = 2014$. Înlocuindu-l în relația precedentă obținem că $x + z + y = 1000 + 3t$ este echivalentă cu $2014 = 1000 + 3t$, de unde avem că: $2014 - 1000 = 3t$, adică $1014 = 3t$. Avem că $t = \frac{1014}{3}$, deci $t = 338$.

Obținem că $x = 256 + 338 = 594$; $y = 432 + 338 = 770$; $z = 312 + 338 = 650$.

5. Înmulțirea numerelor naturale. Proprietăți
Factor comun

Exercițiul 11 pagina 29

Rezolvare: d) Întrucât numărul 14 face parte din fiecare termen, îl putem da factor comun. Astfel, vom scrie separat numerele care apar înmulțite cu 14, păstrând semnele dintre termeni. Adică vom scrie:

$$509 + 9 - 500$$

Acești termeni îi vom înmulți cu 14 și avem $14 \cdot (509 + 9 - 500)$ și vom spune că am dat factor comun numărul 14.

Obținem $14 \cdot 18$, iar rezultatul final este 252.

Exercițiul 24 pagina 30

Rezolvare: Notăm cele trei numere cu literele a, b și c. Din ipoteză știm că $a = 3 \cdot b$ și că $b = 2 \cdot c$. Înlocuind în ecuația $a + b + c = 2844$ pe a cu $3 \cdot b$ obținem:

$$3b + b + c = 2844$$

Înlocuindu-l acum pe b cu $2c$ obținem:

$3 \cdot 2 \cdot c + 2 \cdot c + c = 2844$, adică $9c = 2844$, de unde:

$c = \frac{2844}{9}$ și deci $c = 316$

Atunci $b = 2 \cdot 316 = 632$ și $a = 3 \cdot 632 = 1896$.

Exercițiul 50 pagina 32

Rezolvare: a) Ideea acestui tip de exercițiu este aceea de a forma din relațiile avute termeni de forma $a - 3b$.

Astfel, putem da factor comun între ultimii doi termeni numărul 3 și obținem:

$x + 3(a - 3b) = 31$, adică $x + 3 \cdot 9 = 31$, de unde $x + 27 = 31$ și deci $x = 31 - 27$, adică $x = 4$.

În mod similar se procedează pentru restul subpunctelor.

6. Împărțirea cu rest zero a numerelor naturale

Exercițiul 6 pagina 33

Rezolvare: a) Având restul egal cu zero, relația pe care o avem de rezolvat este:

$$\text{deîmpărțitul} = \text{câtul} \cdot \text{împărțitorul}$$

Înlocuind numerele cunoscute, obținem:

$$532 = 28 \cdot \text{împărțitorul}$$

Notând, pentru conveniență, împărțitorul cu litera x, avem în mod echivalent:

$$532 = 28 \cdot x, \text{ de unde } x = \frac{532}{28}, \text{ adică } x = 19.$$

b) Și în acest caz restul este egal cu zero, iar relația de rezolvat este: $\text{deîmpărțitul} = \text{câtul} \cdot \text{împărțitorul}$. Înlocuind numerele cunoscute, obținem: $\text{deîmpărțitul} = 17 \cdot 97$, de unde avem că $\text{deîmpărțitul} = 1649$.

Exercițiul 27 pagina 35

Rezolvare: a) Descompunem fiecare număr. Avem:

$$\overline{abab} = 1000 \cdot a + 100 \cdot b + 10 \cdot a + b = 1010 \cdot a + 101 \cdot b, \text{ iar}$$

$$\overline{ab} = 10 \cdot a + b.$$

Putem rescrie relația $\overline{abab} : \overline{ab}$ în mod echivalent astfel:

$$(1010 \cdot a + 101 \cdot b) : (10 \cdot a + b)$$

Observăm că în termenul din stânga putem da factor comun numărul 101. Obținem:

$101 \cdot (10 \cdot a + b) : (10 \cdot a + b)$, de unde, efectuând simplificarea, obținem rezultatul final 101.

7. Împărțirea cu rest a numerelor naturale

Exercițiul 12 pagina 37

Rezolvare:

Notăm cele două numere cu literele x și y.

Facem o alegere și presupunem că numărul x este mai mare decât numărul y. Atunci, din ipoteză, putem scrie:

$$x - y = 470 \text{ și } x = 5 \cdot y + 10$$

Înlocuind scrierea lui x din cea de a doua relație în prima relație, obținem:

$5 \cdot y + 10 - y = 470$, adică $4 \cdot y + 10 = 470$, de unde:

$4 \cdot y = 470 - 10$ și deci $4 \cdot y = 460$.

Obținem că $y = \frac{460}{4}$, adică $y = 115$.

Înlocuindu-l pe y în oricare dintre cele două relații de la început, îl obținem pe x.

De exemplu, înlocuindu-l în prima relație, avem că:

$x - 115 = 470$, de unde:

$x = 470 + 115$ și deci $x = 585$.

Exercițiul 14 pagina 37

Rezolvare: a) Notăm cu litera x numerele ce trebuie găsite. Astfel:

$x = c \cdot 17 + r$, unde $c =$ câtul și $r =$ restul

Din ipoteză, știm că restul este egal cu câtul. Putem rescrie în mod echivalent, astfel $x = r \cdot 17 + r$, adică $x = 18 \cdot r$. Din *Teorema împărțirii cu rest* știm că restul trebuie să fie mai mic strict decât împărțitorul. Astfel, valorile posibile pentru rest sunt: 0 , 1, 2, 3, … , 16. Înlocuind, pe rând, restul cu fiecare dintre aceste valori în relația $x = 18 \cdot r$ obținem numerele căutate: $0, 18, 36, \ldots, 288$.

b) Notăm cu litera x numerele ce trebuie găsite. Astfel:

$$x = c \cdot 13 + \mathrm{r}.$$

Din ipoteză, știm că restul este egal cu dublul câtului, adică $r = 2 \cdot c$. Astfel:

$$x = c \cdot 13 + c \cdot 2 = c \cdot 15$$

Vom trata, pe rând, cazurile posibile, având grijă ca valoarea restului să nu o depășească pe cea a împărțitorului. Astfel:

Pentru $c = 0$ se obține $r = 2 \cdot 0 = 0 < 13$. Obținem: $x = 0 \cdot 15 = 0$;

Pentru $c = 1$ se obține $r = 2 \cdot 1 = 2 < 13$. Obținem: $x = 1 \cdot 15 = 15$;

Pentru $c = 2$ se obține $r = 2 \cdot 2 = 4 < 13$. Obținem: $x = 2 \cdot 15 = 30$;

Pentru $c = 3$ se obține $r = 2 \cdot 3 = 6 < 13$. Obținem: $x = 3 \cdot 15 = 45$;

Pentru $c = 4$ se obține $r = 2 \cdot 4 = 8 < 13$. Obținem: $x = 4 \cdot 15 = 60$;

Pentru $c = 5$ se obține $r = 2 \cdot 5 = 10 < 13$. Obținem: $x = 5 \cdot 15 = 75$;

Pentru $c = 6$ se obține $r = 2 \cdot 6 = 4 < 13$. Obținem: $x = 6 \cdot 15 = 90$;

Pentru $c = 7$ se obține $r = 2 \cdot 7 = 14 > 13$, deci ne oprim.

c) Deoarece nu este menționat nimic despre rest, acesta poate varia. Ținând cont că restul este mai mare sau egal cu zero și mai mic strict decât împărțitorul, care este 7, valorile posibile pentru rest sunt:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6

Astfel, înlocuind r în relația:

$x = 4 \cdot 7 + r$, obținem numerele: 28, 29, 30 , 31, 32, 33, 34.

Suma lor este 217.

8. Ridicarea la putere a numerelor naturale
Reguli de calcul cu puteri. Compararea puterilor

Exercițiul 21 pagina 43

Rezolvare:

Se caută un divizor comun între puterile celor două numere și folosind proprietățile ridicării la putere se rescriu numerele ca puteri cu exponent acel divizor comun.

Exemplu:

a) 5^{14} și 2^{35}. Divizorul comun între puteri este numărul 7.

Echivalent avem $(5^2)^7$ și $(2^5)^7$, de unde $25^2 < 32^2$.

Exercițiul 24 pagina 43

Ideea: Se aduc toate numerele la aceeași bază.

Exemplu:

a) $9^{13} = (3^2)^{13} = 3^{2\cdot 13} = 3^{26}$, iar $27^8 = (3^3)^8 = 3^{8\cdot 3} = 3^{24}$. Astfel:

$3^{19} < 3^{24} < 3^{26}$, deci: $3^{19} < 27^8 < 9^{13}$.

Exercițiul 29 pagina 43

b) Ideea: Încercăm să scriem toți termenii folosind o bază comună. Astfel:

$$2^{n+1} = 2^n \cdot 2 \text{ și } 3^{n+2} = 3^n \cdot 3^2$$

Înlocuind în relația originală, obținem în mod echivalent:

$$2^n \cdot 2 \cdot 3^n \cdot 3^2 - 6^n = 2^n \cdot 2 \cdot 3^n \cdot 9 - 6^n = 2^n \cdot 3^n \cdot 18 - 6^n = 18 \cdot (2 \cdot 3)^n - 6^n$$
$$= 18 \cdot 6^n - 6^n = 6^n(18 - 1) = 17 \cdot 6^n.$$

d) Ideea: Dăm factor comun termenul cel mai mic. Astfel:

$2^{90}-2^{89}-2^{88}$ este echivalentă cu:

$2^{88}\cdot 2^2-2^{88}\cdot 2^1-2^{88}$, de unde aflăm că:

$$2^{88}(2^2-2-1)=2^{88}(4-2-1)=2^{88}\cdot 1=2^{88}.$$

Exercițiul 30 pagina 44

Rezolvare:

a) Folosim proprietățile ridicării la putere și obținem echivalent:

$2^{1+2+3+\cdots+50}:2^{17\cdot 75}$, adică:

$$2^{1+2+3+\cdots+50}:2^{1275}$$

Pentru suma $1+2+3+\cdots+50$, folosim procedeul învățat anterior și obținem că:

$$1+2+3+\cdots+50=\frac{(1+50)\cdot 50}{2}=\frac{51\cdot 50}{2}=1275.$$

Relația $2^{1+2+3+\cdots+50}:2^{17\cdot 75}$, devine:

$2^{1275}:2^{1275}$, adică:

$$2^{1275-1275}=2^0=1.$$

9. Pătratul unui număr natural

Exercițiul 20 pagina 47

Ideea: a) Încercăm să scriem relația ca un singur termen ridicat la puterea a doua.

Astfel, putem da factor comun numărul 2007 între primii doi termeni. Obținem:

$$2007^2 - 2007 - 2006 = 2007 \cdot (2007 - 1) - 2006 = 2007 \cdot 2006 - 2006$$

Acum putem da factor numărul 2006. Obținem:

$$2006 \cdot (2007 - 1) = 2006 \cdot 2006 = 2006^2$$

Exercițiul 26 pagina 47

Ideea: Arătăm că ultima cifră a numărului rezultat nu poate fi ultima cifră a unui număr pătrat perfect.

Cum în numărul:

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 1387$$

apare cel puțin odată factorul 10, obținem că rezultatul se termină în cel puțin o cifră de zero.

Cum adunăm și cifra doi rezultatului precedent, obținem că ultima cifră a numărului rezultat este 2.

Așadar, numărul rezultat nu este pătrat perfect.

11. Ordinea efectuării operațiilor. Utilizarea parantezelor: rotunde, pătrate și acolade

Exercițiul 7 pagina 51

Rezolvare: e)

Pasul I: Efectuăm mai întâi împărțirile din parantezele rotunde:

$$1 + 2 + \{3 + 4 \cdot [5 + 6 \cdot (\mathbf{216} : \mathbf{36} - \mathbf{54} : \mathbf{9})]\}$$

Pasul II: Efectuăm acum scăderea din paranteza rotundă:

$$1 + 2 + \{3 + 4 \cdot [5 + 6 \cdot (\mathbf{6} - \mathbf{6})]\}$$

Pasul III: Efectuăm înmulțirea din paranteza pătrată:

$$1 + 2 + \{3 + 4 \cdot [5 + \mathbf{6} \cdot \mathbf{0}]\}$$

Pasul IV: Efectuăm adunarea din paranteza pătrată:

$$1 + 2 + \{3 + 4 \cdot [\mathbf{5} + \mathbf{0}]\}$$

Pasul V: Efectuăm înmulțirea din acoladă:

$$1 + 2 + \{3 + \mathbf{4} \cdot \mathbf{5}\}$$

Pasul VI: Efectuăm adunarea din acoladă:

$$1 + 2 + \{\mathbf{3} + \mathbf{20}\}$$

Pasul VII: Efectuăm calculul final:

$$\mathbf{1} + \mathbf{2} + \mathbf{23} = 26$$

Exercițiul 17 pagina 52

<u>Rezolvare:</u> c)

Pasul I: Efectuăm înmulțirea din interiorul parantezei rotunde și ridicarea la putere din afara acoladelor:

$$2 \cdot \{20 + 3 \cdot [250 - 7 \cdot (399 - \mathbf{17 \cdot 23})]\} + 215 - \mathbf{10^2}$$

Pasul II: Efectuăm scăderea din interiorul parantezei rotunde și scăderea din afara acoladelor:

$$2 \cdot \{20 + 3 \cdot [250 - 7 \cdot (\mathbf{399 - 391})]\} + \mathbf{215 - 100}$$

Pasul III: Efectuăm înmulțirea din paranteza pătrată:

$$2 \cdot \{20 + 3 \cdot [250 - \mathbf{7 \cdot 8}]\} + 115$$

Pasul IV: Efectuăm scăderea din paranteza pătrată:

$$2 \cdot \{20 + 3 \cdot [\mathbf{250 - 56}]\} + 115$$

Pasul V: Efectuăm înmulțirea din acoladă:

$$2 \cdot \{20 + \mathbf{3 \cdot 194}\} + 115$$

Pasul VI: Efectuăm adunarea din acoladă:

$$2 \cdot \{\mathbf{20 + 582}\} + 115$$

Pasul VII: Efectuăm înmulțirea:

$$\mathbf{2 \cdot 602} + 115$$

Pasul VIII: Efectuăm adunarea:

$$\mathbf{1204 + 115} = 1319$$

12. Metode aritmetice de rezolvare a problemelor

Metoda reducerii la unitate

Exercițiul 3 pagina 53

Ideea: Cunoaștem din ipoteză cât costă 6 kilograme de cireșe.Vom afla cât costă un kilogram de cireșe, iar apoi vom putea afla cât costă orice număr de kilograme de cireșe, spre exemplu 3 kilograme.

Rezolvare:

Avem relația (din ipoteză):

$$6 \text{ kg cireșe} = 72 \text{ lei}$$

Împărțim prin numărul 6 această relație și obținem:

$$\frac{6}{6} \text{kg cireșe} = \frac{72}{6} \text{lei.}$$

$$\text{Adică: } 1 \text{ kg cireșe} = 12 \text{ lei.}$$

Înmulțim cu 3 ultima relație găsită și aflăm că:

$$1 \cdot 3 \text{ kg cireșe} = 12 \cdot 3 \text{ lei.}$$

$$\text{Adică } 3 \text{ kg cireșe} = 36 \text{ lei.}$$

Metoda comparației

Exercițiul 2 pagina 54

<u>Rezolvare:</u> Din ipoteză este cunoscut faptul că 1 m de stofă neagră este de 3 ori mai scump decât 1 m de stofă roșie. Cu alte cuvinte, prin comparație, prețul a 30 m de stofă neagră ar fi echivalent cu al:

$$30 \cdot 3 = 90\ m \text{ de stofă roșie.}$$

Așadar, înlocuind cei 30 m de stofă neagră cu 90 m de stofă roșie obținem (conform comparației) că s-au cumpărat:

$$90\ m + 40\ m = 130\ m \text{ de stofă roșie.}$$

Împărțim suma de 9750 lei și obținem prețul pentru 1 m de stofă roșie. Avem:

$$\frac{9750 \text{ lei}}{120 \text{ m}} = 75 \text{ lei/m pentru stofă roșie.}$$

Pentru a afla cât costă 1 m de stofă neagră, ne întoarcem în relația din ipoteză.

Știm că s-a plătit $40 \cdot 75 = 3000$ lei pe stofa roșie. Scădem din suma finală și avem:

$$9750 \text{ lei} - 3000 \text{ lei} = 6750 \text{ lei cheltuiți pe stofa neagră.}$$

Totodată știm că au fost cumpărați 30 m de astfel de stofă. Avem:

$$\frac{6750 \text{ lei}}{30 \text{ m}} = 225 \text{ lei}/m \text{ pentru stofă neagră.}$$

Metoda figurativă

Exercițiul 4 pagina 55

Rezolvare: Reprezentăm primul număr printr-un segment (dimensiunea acestuia este aleatorie).

(1)

Reprezentăm al doilea număr ca fiind segmentul primului număr, din care tăiem o bucată (pe care o considerăm 28).

(2) 

Adunând cele două segmente obținem un segment mai mare care măsoară 128. Observăm că dacă adunăm 28 obținem două segmente egale.

(1)+(2)

Astfel, $128 + 28 = 156$ și împărțind la 2 obținem valoarea primului segment $\frac{156}{2} = 78$.

Scădem 28 și obținem că al doilea segment măsoară:

$$78 - 28 = 50.$$

Metoda mersului invers

Exercițiul 4 pagina 57

Rezolvare:

Cum înainte de a obține numărul 1 s-a scăzut 7, mergem invers și adunăm 7 numărului 1. Obținem 8.

Cum înainte de a obține numărul 8 s-a împărțit la 7, mergem invers și înmulțim cu 7. Obținem $8 \cdot 7 = 56$.

Cum înainte de a obține numărul 56 s-a adunat numărul 6, mergem invers și scădem 6. Obținem $56 - 6 = 50$.

Cum înainte de a obține numărul 50 s-a împărțit la 4, mergem invers și înmulțim cu 4. Obținem $50 \cdot 4 = 200$.

Cum înainte de a obține numărul 200 s-a adunat 27, mergem invers și scădem 27. Obținem $200 - 27 = 173$.

Metoda falsei ipoteze

Exercițiul 3 pagina 59

Rezolvare: Presupunem că ipoteza este falsă și că avem doar 4 robinete prin care curg $250\ l$/oră. Atunci am obține:

$$4 \cdot 250\ l/\text{oră} = 1000 \text{ (într-o oră).}$$

Această presupunere este falsă, pentru că trebuia să obținem $1020\ l$.

Presupunem acum că avem 3 robinete prin are curg $250\ l$/oră și unul prin care curg $270\ l$/oră. Avem:

$$3 \cdot 250\ l/\text{oră} = 750\ l \text{ (într-o oră) la care se adună } 270\ l.$$

Obținem că, într-o oră, curg $750\ l + 270\ l = 1020\ l$, adică exact cât trebuia.

13. Divizor. Multiplu. Divizori comuni. Multipli comuni Numere prime. Numere compuse

Exercițiul 14 pagina 61

Rezolvare: Este mai ușor să aflăm câte numere naturale de 2 cifre sunt divizibile cu 11.

Astfel, avem de găsit multiplii de 2 cifre ale lui 11. Obținem mulțimea:

$\{11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99\}$ care conține 9 termeni.

Cum de la numărul 10 la numărul 99 sunt 90 de numere, scăzându-le pe cele care care sunt divizibile cu 11, obținem:

$90 - 9 = 81$ de numere care nu sunt divizibile cu 11.

Exercițiul 23 pagina 62

Rezolvare: Descompunem numărul:

$\overline{abcd} = 1000 \cdot a + 100 \cdot b + 10 \cdot c + d$ **(1)**.

Din ipoteză știm că $5 \cdot \overline{ab} = \overline{cd}$, adică:

$5 \cdot (10 \cdot a + b) = 10 \cdot c + d$ **(2)**.

Înlocuim în relația **(2)** și obținem:

$$1000 \cdot a + 100 \cdot b + 10 \cdot c + d = 1000 \cdot a + 100 \cdot b + 5 \cdot (10 \cdot a + b)$$

Avem că:

$\overline{abcd} = 1000 \cdot a + 100 \cdot b + 50 \cdot a + 5 \cdot b$ și deci:

$\overline{abcd} = 1050 \cdot a + 105 \cdot b$. Mai mult:

$\overline{abcd} = 21 \cdot 50 \cdot a + 21 \cdot 5 \cdot b$. Adică:

$$\overline{abcd} = 21 \cdot (50 \cdot a + 5 \cdot b)$$

Am obținut astfel că $\overline{abcd}$ este multiplu de 21.

14. Criterii de divizibilitate cu $2, 5, 10^n, 3$ și 9

Exercițiul 4 pagina 64

Rezolvare: Folosindu-ne de criteriul de divizibilitate cu 2, observăm că ultima cifră a numerelor căutate trebuie să fie pară.

Astfel, numerele sunt: 478, 748, 784, 874.

Exercițiul 6 pagina 64

Rezolvare: e) Folosindu-ne de criteriul de divizibilitate cu 2, observăm că ultima cifră a numerelor căutate trebuie să fie pară.

Astfel, y poate lua valorile $0, 2, 4, 6$ sau 8. Asupra lui x se impune condiția ca acesta să fie diferit de zero. Cum x nu influențează divizibilitatea, acesta poate lua valorile, numere naturale, de la 1 la 9.

Pentru a găsi numerele, alegem, pe rând, câte o valoare pentru x și apoi pentru y alegem fiecare valoare posibilă. Astfel:

Pentru $x = 1$, obținem: 170, 172, 174, 176, 178.

Pentru $x = 2$, obținem: 270, 272, 274, 276, 278.

...

Se procedează în mod analog pentru fiecare valoare a lui x.

Exercițiul 28 pagina 65

Ideea: Verificăm dacă ultima cifră a numărului final este 0 sau 5, fără a calcula însă numărul.

$2^1 = 2,\ 2^2 = 4, 2^3 = 8, 2^4 = 16, 2^5 = 32, 2^6 = 64, \ldots$

Observăm că ultima cifră a numerelor rezultate din ridicarea la putere a numărului 2 se repetă din 4 în 4. Putem generaliza astfel:

$U\left(2^{4k+1}\right) = 2, U\left(2^{4k+2}\right) = 4, U\left(2^{4k+3}\right) = 8, U\left(2^{4k}\right) = 6$, unde k este un număr natural mai mare sau egal cu 0.

$$3^1 = 3, 3^2 = 9, 3^3 = 27, 3^4 = 81, 3^6 = 729, \ldots$$

Observăm că ultima cifră a numerelor rezultate din ridicarea la putere a numărului 3 se repetă din 4 în 4. Putem generaliza astfel:

$U\left(3^{4k+1}\right) = 3, U\left(3^{4k+2}\right) = 9, U\left(3^{4k+3}\right) = 7, U\left(4^{k}\right) = 1$, unde k este un număr natural mai mare sau egal cu 0.

Folosind Teorema împărțirii cu rest pentru a împărți numărul 1013 la 4 obținem:

$1013 = 253 \cdot 4 + 1$ (adică este de forma 4k+1).

În mod similar $1025 = 256 \cdot 4 + 1$ (adică este de forma 4k+1).

Așadar $U(2^{2013} + 3^{1025}) = U(2^{1013}) + U(3^{1025}) = 2 + 3 = 5$ și deci, numărul este divizibil cu 5.

Capitolul II. Fracții ordinare

1. Fracții ordinare. Noțiuni introductive

Exercițiul 10 pagina 73

<u>Rezolvare:</u> d) Fracția nu există atunci când numitorul este egal cu zero. Pentru a găsi numărul x punem condiția:

$x - 3 = 0$, de unde obținem $x = 3$.

h) Analog d), punem condiția:

$$(x - 1)(x - 3) = 0.$$

Observăm că avem un produs de două numere (conținute în paranteze) egal cu zero. Rezultă că unul din ele trebuie să fie zero.

Pe rând, $x - 1 = 0$ și obținem $x = 1$ și din $x - 3 = 0$ obținem că $x = 3$.

Exercițiul 20 pagina 74

<u>Rezolvare:</u> Din ipoteză, punem condiția:

$2x + 3 < 27$, de unde $2x < 27 - 3$, adică $2x < 24$.

Obținem că $x < \frac{24}{2}$, adică $x < 12$ și, ținând cont că x este pătrat perfect, rămâne că x poate fi 0, 1, 4 sau 9.

Exercițiul 23 pagina 74

<u>Rezolvare:</u> a) Conform criteriului de divizibilitate cu 5, ultima cifră a numărului $\overline{3x}$ trebuie să fie 0 sau 5. Obținem că numărul $\overline{3x}$ poate fi 30 sau 35.

Conform criteriului de divizibilitate cu 9, suma cifrelor numărului $\overline{4y}$ trebuie un număr divizibil cu 9.

Pentru $y = 0$ avem suma cifrelor $4 + 0 = 4$ care nu este divizibilă cu 9.

Pentru $y = 1$ avem suma cifrelor $4 + 1 = 5$ care nu este divizibilă cu 9.

Pentru $y = 2$ avem suma cifrelor $4 + 2 = 6$ care nu este divizibilă cu 9.

Pentru $y = 3$ avem suma cifrelor $4 + 3 = 7$ care nu este divizibilă cu 9.

Pentru $y = 4$ avem suma cifrelor $4 + 4 = 8$ care nu este divizibilă cu 9.

Pentru $y = 5$ avem suma cifrelor $4 + 5 = 9$ care este divizibilă cu 9.

Pentru $y = 6$ avem suma cifrelor $4 + 6 = 10$ care nu este divizibilă cu 9.

Pentru $y = 7$ avem suma cifrelor $4 + 7 = 11$ care nu este divizibilă cu 9.

Pentru $y = 8$ avem suma cifrelor $4 + 8 = 12$ care nu este divizibilă cu 9.

Pentru $y = 9$ avem suma cifrelor $4 + 9 = 13$ care nu este divizibilă cu 9.

Obținem că numărul $\overline{4y}$ poate fi doar 45.

Fracțiile cerute sunt $\frac{30}{45}$ și $\frac{35}{45}$.

2. Fracții subunitare, echiunitare și supraunitare

Exercițiul 5 pagina 75

Rezolvare: b) Pentru ca fracția $\frac{x+2}{6}$ să fie supraunitară trebuie ca numărătorul să fie mai mare decât numitorul.

Punem condiția:

$x+2>6$ de unde avem că:

$x>6-2$ și deci $x>4$.

Cum x este număr natural obținem o infinitate de soluții:

$5,6,7,8,\ldots$

d) Punem condiția:

$6>3x$, de unde obținem că:

$\frac{6}{3}>x$ și deci $2>x$.

În plus, x nu are voie să fie zero. Obținem că x poate fi doar 1.

Exercițiul 6 pagina 75

Rezolvare: c) Pentru ca fracția $\frac{x-3}{10}$ să fie echiunitară trebuie ca numărătorul să fie egal cu numitorul. Punem condiția:

$x-3=10$, de unde $x=10+3$ și deci $x=13$.

e) Observăm că numitorul nu poate fi zero pentru nicio valoarea lui x număr natural. Pentru ca fracția $\frac{16}{x+4}$ să fie echiunitară, punem condiția:

$16=x+4$, de unde:

$x=16-4$ și deci $x=12$.

Exercițiul 7 pagina 75

Rezolvare: b) Pentru ca fracția $\frac{x+3}{4}$ să fie subunitară trebuie ca numărătorul să fie mai mic decât numitorul. Punem condiția:

$x + 3 < 4$, de unde:

$x < 4 - 3$, adică $x < 1$.

Cum x este număr natural, rezultă că singura soluție este zero.

f) Observăm că numitorul nu are cum să fie zero pentru nicio valoarea lui x număr natural. Punem condiția:

$2x - 1 < x + 2$, de unde:

$2x - x - 1 < 2$, adică $x - 1 < 2$ și deci:

$x < 2 + 1$.

Obținem că $x < 3$, iar soluțiile sunt: $0, 1, 2$.

Observăm că pentru $x = 0$ numitorul nu este număr natural, deci soluțiile finale rămân 1 și 2.

Exercițiul 20 pagina 77

Rezolvare: Cum fracția trebuie să fie echiunitară, punem condiția:

$$35 = 2a + 7b.$$

Vom trata pe rând, cazurile posibile. Astfel:

- $b = 0 \Rightarrow 35 = 2a$ (imposibil, deoarece $2a$ este număr par, iar 35 impar)
- $b = 1 \Rightarrow 35 = 2a + 7$, de unde $35 - 7 = 2a$, adică $28 = 2a$ și deci:

  $a = \frac{28}{2}$, adică $a = 14$.

  Avem că $a + b = 14 + 1 = 15$.
- $b = 2 \Rightarrow 35 = 2a + 7 \cdot 2$ adică $35 = 2a + 14$ de unde:

  $35 - 14 = 2a$ și deci $21 = 2a$

  (imposibil, deoarece $2a$ este număr par, iar 21 impar).
- $b = 3 \Rightarrow 35 = 2a + 7 \cdot 3$, adică $35 = 2a + 21$, de unde:

  $35 - 21 = 2a$ și deci $14 = 2a$, de unde:

  $a = \frac{14}{2}$ și obținem $a = 7$.

  Avem că $a + b = 7 + 3 = 10$.
- $b = 4 \Rightarrow 35 = 2a + 7 \cdot 4$, adică $35 = 2a + 28$, de unde:

  $35 - 28 = 2a$ și deci $7 = 2a$

  (imposibil, deoarece $2a$ este număr par, iar 7 impar).
- $b = 5 \Rightarrow 35 = 2a + 7 \cdot 5$, adică $35 = 2a + 35$, de unde:

  $2a = 0$ și deci $a = 0$.

  Avem că $a + b = 0 + 5 = 5$.
- $b = 6 \Rightarrow 35 = 2a + 7 \cdot 6$, adică $35 = 2a + 42$, de unde rezultă că a nu este un număr natural.

Soluția cerută: $a = 0$ și $b = 5$.

3. Fracții echivalente

Exercițiul 17 pagina 80

<u>Rezolvare:</u> a) Pentru numărul $\overline{x8}$ se impune condiția ca x să fie diferit de zero. Descompunem numerele:

$$\overline{2x} = 20 \cdot 1 + x = 20 + x$$

și

$$\overline{x8} = 10 \cdot x + 8.$$

Astfel $\frac{\overline{2x}}{\overline{x8}} = \frac{1}{2}$ se scrie în mod echivalent astfel:

$$\frac{20+x}{10x+8} = \frac{1}{2}.$$

Efectuând produsul mezilor și al extremilor, obținem:

$(20 + x) \cdot 2 = (10x + 8) \cdot 1$, astfel:

$40 + 2x = 10x + 8$ și avem că:

$$40 + 2x - 8 = 10x.$$

Obținem că:

$32 + 2x = 10x$ și de aici:

$32 = 10x - 2x$, adică:

$32 = 8x$. Obținem că:

$x = \frac{32}{8}$ și deci $x = 4$.

Exercițiul 25 pagina 80

Rezolvare: a) Se impune condiția ca x să fie diferit de zero. Fracțiile sunt echivalente dacă:

$$x \cdot x = 12 \cdot 3\text{, adică:}$$

$$x^2 = 36.$$

Cum 36 este pătratul numărului 6, obținem că $x = 6$. Cealaltă soluție nu este un număr natural.

d) Se impune condiția ca x să fie diferit de zero. Fracțiile sunt echivalente dacă:

$$7 \cdot 14 = 2x \cdot x \text{ adică:}$$

$$98 = 2 \cdot x^2\text{. Obținem că:}$$

$$x^2 = \frac{98}{2} \text{ și deci:}$$

$$x^2 = 49.$$

Cum 49 este pătratul numărului 7, obținem că $x = 7$. Cealaltă soluție nu este număr natural.

4. Reprezentarea fracțiilor ordinare pe axa numerelor Introducerea și scoaterea întregilor dintr-o fracție

Exercițiul 5 pagina 82

Rezolvare: Observăm că numitorii fracțiilor sunt diferiți.

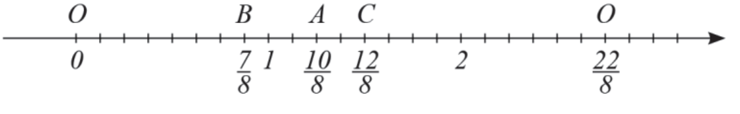
Pentru ușurința reprezentării fracțiilor pe axă, aducem fracțiile la un numitor comun. În cazul de față acesta este 8.

Astfel, prima fracție o amplificăm cu 2, a treia cu 4, iar ultima cu 2. Obținem punctele de coordonate:

$$A\left(\frac{10}{8}\right), B\left(\frac{7}{8}\right), C\left(\frac{12}{8}\right), D\left(\frac{22}{8}\right).$$

Vom alege unitatea de măsură astfel încât să o putem împărți cu ușurință în 8 părți egale (putem alege 8 pătrățele din caiet).

Desenăm o axă a numerelor și punem originea în punctul O.



Plasăm punctele pe axă pornind din origine și numărând spre dreapta atâtea pătrățele câte ne arată numărătorul fiecărei fracții.

Observăm că B este cel mai aproape de origine.

Exercițiul 12 pagina 82

Rezolvare: Pentru ca în $\overline{ab}$, respectiv $\overline{ba}$, a și b ocupă, pe rând, cifra zecilor, punem condiția ca atât a cât și b să nu fie zero.

Pentru că fracțiile se reprezintă în același punct pe axă, rezultă că fracțiile sunt echivalente. Descompunem numerele:

$$\overline{ab} = 10 \cdot a + b$$

și

$$\overline{ba} = 10 \cdot b + a$$

Obținem:

$\frac{10 \cdot a + b}{4} = \frac{10 \cdot b + a}{7}$, de unde avem că:

$$(10 \cdot a + b) \cdot 7 = (10 \cdot b + a) \cdot 4.$$

Așadar:

$70 \cdot a + 7 \cdot b = 40 \cdot b + 4 \cdot a$, ceea ce este echivalent cu:

$70 \cdot a - 4 \cdot a = 40 \cdot b - 7 \cdot b$ și deci:

$$66 \cdot a = 33 \cdot b.$$

Simplificăm relația prin 33 și obținem:

$$2 \cdot a = b.$$

- Pentru $a = 1$ obținem $b = 2$;
- Pentru $a = 2$ obținem $b = 4$;
- Pentru $a = 3$ obținem $b = 6$;
- Pentru $a = 4$ obținem $b = 8$;
- Pentru $a = 5$ obținem $b = 10$, care nu mai este cifră, deci ne oprim.

5. Compararea fracțiilor

Exercițiul 3 pagina 83

Rezolvare: a) Cum x este situat la numitorul fracției, punem condiția ca acesta să nu fie zero.

Cum fracțiile au același numărător, mai mare este acela care are numitorul mai mic. Deducem că x trebuie să fie mai mare decât 4 și obținem astfel o infinitate de soluții.

$$5, 6, 7, \dots$$

b) Cum fracțiile au același numitor, mai mare este aceea care are numărătorul mai mare. Deducem că x trebuie să fie mai mare decât 6 și obținem astfel o infinitate de soluții.

$$7, 8, 9, \dots$$

Exercițiul 9 pagina 84

Rezolvare: d) Pentru că x este număr natural nenul, suntem asigurați că numitorii celor două fracții nu sunt zero.

Să observăm că $x + 1$ este mai mare decât x. Atunci fracția:

$\frac{x}{x+1}$ este subunitară

și fracția:

$\frac{x+1}{x}$ este supraunitară.

Obținem: $\frac{x}{x+1} < \frac{x+1}{x}$ pentru orice x număr natural nenul.

6. Cel mai mare divizor comun a două numere naturale

Exercițiul 6 pagina 85

Rezolvare: a) Vom afla mai întâi care este cel mai mare divizor comun. Astfel, scriem toți divizorii numerelor. Avem:

$$D_{36} = \{1,2,3,4,6,9,12,18,36\}$$

și

$$D_{48} = \{1,2,3,4,6,8,12,16,24,48\}$$

Observăm că 12 este cel mai mare divizor comun al celor două numere.

Exercițiul cere să se găsească divizorul comun cel mai mare, mai mic decât cel mai mare divizor comun al numerelor.

Astfel, cu 12 este cel mai mare divizor comun al celor două numere, căutăm un alt divizor comun, mai mic decât acesta.

Observăm că singurul număr care satisface această cerință este numărul 6.

7. Amplificarea și simplificarea fracțiilor

Exercițiul 17 Pagina 88

Rezolvare: b) În primul rând ne asigurăm că numitorul nu poate să fie zero. Astfel, punem condiția ca:

$x-2$ să nu fie zero.

Obținem că x nu poate fi egal cu 2.

Cum fracția trebuie să fie supraunitară, punem condiția:

$4>x-2$, de unde avem că:

$4+2>x$, adică $6>x$.

Ținând cont și de faptul că fracția trebuie să fie ireductibilă, trebuie să ne asigurăm că x nu ia valori divizori ai numărului 6 sau să fie număr par.

Așadar x poate lua valoarea 5.

Exercițiul 31 pagina 89

Rezolvare: a) Dăm factor comun numărul 3 la puterea cea mai mică, atât la numitor cât și la numărător. Astfel, vom avea:

$$\frac{3^{2004}-3^{2003}+3^{2002}}{3^{2003}-3^{2002}}=\frac{3^{2002+2}-3^{2002+1}+3^{2002}}{3^{2002+1}-3^{2002}}=$$

$$=\frac{3^{2002}\cdot 3^2-3^{2002}\cdot 3+3^{2002}}{3^{2002}\cdot 3-3^{2002}}=\frac{3^{2002}(3^2-3+1)}{3^{2002}(3-1)}$$

În acest moment, putem să simplificăm prin 3^{2002} și obținem:

$$\frac{3^2-3+1}{3-1}=\frac{9-3+1}{2}=\frac{7}{2}.$$

8. Cel mai mic multiplu comun a două numere naturale

Exercițiul 4 pagina 91

Rezolvare:

a) Cum ambele numere sunt pare și c.m.m.m.c. trebuie să fie par și cum $b = 12$ nu se divide cu $a = 8$, căutăm un număr par mai mare decât 12 care să dividă cele două numere.

Cum nici 14 nu se divide cu cele două numere, căutăm un alt număr par mai mare decât 14 care să se dividă cu cele două numere.

Cum nici 16 nu se divide cu cele două numere, căutăm un alt număr par mai mare decât 16 care să se dividă cu cele două numere.

Procedăm în mod analog până obținem că 24 se divide cu ambele numere și este și cel mai mic număr natural nenul cu această proprietate.

Așadar, 24 este c.m.m.m.c. al celor două numere.

9. Aducerea fracțiilor la un numitor comun

Exercițiul 1 pagina 92

Rezolvare: a)

Pasul I: Aflăm mai întâi c.m.m.m.c. al celor două numere. Numărul căutat trebuie să fie un număr divizibil cu 9 și cu 5. Prin procedeul descris mai sus se obține că c.m.m.m.c. este egal cu 45.

Pasul II: Împărțim numitorul comun, adică numărul 45, la numitorul fiecărei fracții. Astfel, prima fracție trebuie amplificată cu $\frac{45}{9} = 5$, iar a doua fracție cu $\frac{45}{5} = 9$. Obținem:

$$^{5)}\frac{8}{9} = \frac{5 \cdot 8}{5 \cdot 9} = \frac{40}{45} \text{ și } ^{9)}\frac{3}{5} = \frac{9 \cdot 3}{9 \cdot 5} = \frac{27}{45}$$

10. Adunarea și scăderea fracțiilor

Exercițiul 7 pagina 94

Rezolvare: a) $\frac{4}{3}+\frac{5}{7}$. Observăm că fracțiile nu au același numitor.

Astfel, putem să le aducem la un numitor comun amplificând fiecare fracție cu numitorul celeilalte. Avem:

$$^{7)}\frac{4}{3}+{}^{3)}\frac{5}{7}=\frac{28}{21}+\frac{15}{21}=\frac{43}{21}.$$

g) $2\frac{1}{2}-1\frac{1}{5}$. Primul pas este acela de a introduce întregii în fracție.

Astfel:

$$2\frac{1}{2}-1\frac{1}{5}=\frac{2\cdot2+1}{2}-\frac{1\cdot5+1}{5}=\frac{5}{2}-\frac{6}{5}.$$

Cum nu avem numitori egali, aplicăm procedeul de la a) și obținem:

$$^{5)}\frac{5}{2}-{}^{2)}\frac{6}{5}=\frac{25}{10}-\frac{12}{10}=\frac{25-12}{10}=\frac{13}{10}.$$

11. Înmulțirea fracțiilor. Puteri. Împărțirea fracțiilor

Exercițiul 2 pagina 97

Rezolvare: a) $3 \cdot \frac{7}{2} = \frac{21}{2}$.

În acest caz, numărul 3 s-a înmulțit doar cu numărătorul fracției.

Exercițiul 4 pagina 97

Rezolvare: a) $\frac{2}{9} \cdot \frac{3}{4} = \frac{2 \cdot 3}{9 \cdot 4} = \frac{6}{36}$.

În acest caz, numărătorii fracțiilor s-au înmulțit între ei și numitorii fracțiilor s-au înmulțit între ei.

f) $\frac{2}{9} : \frac{5}{3} = \frac{2}{9} \cdot \frac{3}{5} = \frac{2 \cdot 3}{9 \cdot 5} = \frac{6}{45}$.

Împărțirea prin o fracție este echivalentă cu a înmulți cu inversa fracției.

Exercițiul 16 pagina 98

Rezolvare: a) Având aceeași bază la împărțire, vom copia baza, iar exponenții se scad.

$$\left(\frac{3}{4}\right)^6 : \left(\frac{3}{4}\right)^4 = \left(\frac{3}{4}\right)^{6-4}$$

Cum întreaga fracție este ridicată la puterea a doua, atât numărătorul cât și numitorul se vor ridica la puterea a doua.

$$\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3^2}{4^2} = \frac{9}{16}.$$

12. Aflarea unei fracții dintr-un număr natural sau fracție ordinară. Procent

Exercițiul 15 pagina 101

Rezolvare: Notăm prețul cămășii cu litera x.

Astfel, relația pe care o avem de rezolvat este:

$$x - \frac{20}{100} \cdot x = ?$$

Cum cămașa costă 60 de lei putem înlocui x și obținem:

$60 - \frac{20}{100} \cdot 60$, adică:

$60 - 12 = 48$ lei.

Exercițiul 17 pagina 101

Rezolvare: Notăm prețul tricoului cu litera x.

Astfel, relația pe care o avem de rezolvat este:

$$x + \frac{30}{100} \cdot x = ?$$

Cum tricoul costă 30 de lei putem înlocui x și obținem:

$30 + \frac{30}{100} \cdot 30$, adică:

$30 + 9 = 39$ lei.

Exercițiul 28 pagina 101

Rezolvare: Notăm lungimea traseului cu litera x.

Astfel, în prima zi a parcurs:

$\frac{40}{100} \cdot x$, (adică 40% din x) și rămâne de parcurs:

$x - \frac{40}{100} \cdot x$, adică $\frac{100 \cdot x - 40 \cdot x}{100}$ și deci $\frac{60 \cdot x}{100}$ adică 60% din x este restul.

A doua zi a parcurs:

$\frac{60}{100} \cdot (\frac{60 \cdot x}{100})$, iar după simplificări, rămâne:

$\frac{36 \cdot x}{100}$, adică 36% din x.

În ultima zi a parcurs:

$(100 - 40 - 36)\%$ din x, adică 24% din x.

Din ipoteză știm că în ultima zi a parcurs 216 km. Adică 24% din x este egal cu 216. Avem de rezolvat relația:

$\frac{24}{100} \cdot x = 216$, de unde avem că:

$$24 \cdot x = 216 \cdot 100.$$

Obținem că:

$x = \frac{216 \cdot 100}{24}$ și deci:

$$x = 900\ km.$$

În prima zi a parcurs $\frac{40}{100} \cdot 900$, adică $360\ km$.

În a doua zi a parcurs $\frac{36}{100} \cdot 900$, adică $324\ km$.

Capitolul III. Fracții zecimale

1. Scrierea fracțiilor ordinare cu numitori puteri ale lui 10 sub formă de fracții zecimale
Transformarea unei fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule într-o fracție ordinară

Exercițiul 24 pagina 113

Rezolvare: a) Putem rescrie numerele:

$$\overline{0,a} = \frac{a}{10}, \overline{0,b} = \frac{b}{10}, \overline{0,c} = \frac{c}{10} \text{ și } 0{,}7 = \frac{7}{10}$$

Astfel, ecuația devine:

$$\frac{a}{10} + \frac{b}{10} + \frac{c}{10} = \frac{7}{10}$$

Pentru că toate fracțiile au același numitor, putem înmulți întreaga ecuație cu 10 pentru a scăpa de acesta. Avem:

$$\frac{10 \cdot a}{10} + \frac{10 \cdot b}{10} + \frac{10 \cdot c}{10} = \frac{10 \cdot 7}{10}, \text{ echivalentă cu:}$$

$$a + b + c = 7.$$

b) Putem rescrie numerele:

$$\overline{a,b} = \frac{\overline{ab}}{10}, \overline{b,c} = \frac{\overline{bc}}{10}, \overline{c,a} = \frac{\overline{ca}}{10}, 8{,}8 = \frac{88}{10}$$

Pentru că a, b, c sunt cifrele zecilor, iar numerele sunt de două cifre, punem condiția ca acestea să fie diferite de zero. Astfel, ecuația devine:

$$\frac{\overline{ab}}{10} + \frac{\overline{bc}}{10} + \frac{\overline{ca}}{10} = \frac{88}{10}$$

Folosim același argument ca la a) și obținem:

$$\overline{ab} + \overline{bc} + \overline{ca} = 88$$

Putem descompune numerele astfel:

$$\overline{ab} = 10 \cdot a + b, \overline{bc} = 10 \cdot b + c \text{ și } \overline{ca} = 10 \cdot c + a$$

Astfel ecuația devine:

$$10 \cdot a + b + 10 \cdot b + c + 10 \cdot c + a = 88, \text{ adică:}$$

$$11 \cdot a + 11 \cdot b + 11 \cdot c = 88.$$

Putem da factor comun numărul 11 și avem:

$$11 \cdot (a + b + c) = 88, \text{ de unde:}$$

$$a + b + c = \frac{88}{11} \text{ și deci:}$$

$$a + b + c = 8.$$

2. Aproximarea fracțiilor zecimale

Exercițiul 6 pagina 115

Rezolvare: a) Observăm că cel mai apropiat număr natural de numărul 2,12 este 2, iar primul număr natural mai mare decât 2 este 3. Obținem că:

$$2 < 2{,}12 < 3.$$

Pentru toate subpunctele se procedează similar.

Spre exemplu: e) $17 < 17{,}45 < 18$, iar g) $423 < 423{,}24 < 424$.

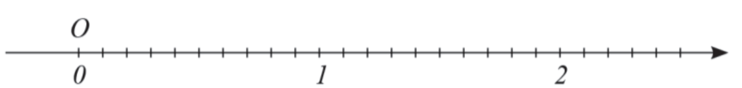
3. Compararea, ordonarea și reprezentarea pe axa numerelor a unor fracții zecimale cu un număr finit de zecimale

Exercițiul 6 pagina 117

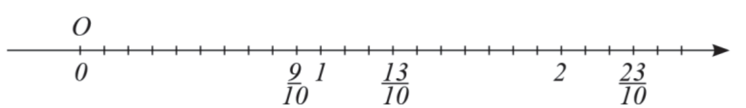
Rezolvare: a) Transformăm numerele în fracții ordinare. Astfel:

$$0{,}9 = \frac{9}{10},\ 1{,}3 = \frac{13}{10}$$
și
$$2{,}3 = \frac{23}{10}.$$

Cum numitorii sunt 10, vom desena o axă a numerelor în care vom lua unitatea astfel încât să o putem împărți cu ușurință în 10 părți egale.



Am ales originea să fie în punctul O. Plasăm numerele pe axă numărând de la origine către dreapta, atâtea subdiviziuni câte arată numărătorul fiecărei fracții.



Exercițiul 14 pagina 118

Rezolvare: a) Cele trei fracții trebuie să fie mai mari decât 6,21 și mai mici decât 6,24. Observăm că putem scrie cu ușurință două dintre acestea și anume:

6,22 și 6,23.

Ce facem însă pentru cea de a treia? Răspuns: Trecem la numere mai mici, adică la cele cu trei zecimale. Găsim, spre exemplu, numărul 6,211.

Așadar, urmând procedeul de mai sus, observăm că putem găsi o infinitate de numere, trecând la numere cu patru zecimale, cinci zecimale și tot așa.

Exemple: 6,2111; 6,223; 6,23121.

4. Adunarea și scăderea fracțiilor zecimale cu un număr finit de zecimale nenule

Exercițiul 3 pagina 120

Rezolvare: a) Poziționăm numerele unul sub celălalt, astfel încât virgulele să fie aliniate. Obținem:

$$\begin{array}{r} 4{,}215 + \\ \underline{3{,}123} \\ 7{,}338 \end{array}$$

Am adunat miimile cu miimile, sutimile cu sutimile, zecimile cu zecimile și unitățile cu unitățile, coborând virgula pe aceeași poziție.

b) Similar ca la subpunctul a):

Adunăm mai întâi miimile . Obținem $7 + 3 = 10$, care nu este cifră. Păstrăm astfel pe poziția miimilor cifra **0** (din 10) și „ținem minte” cifra 1.

$$\begin{array}{rl} 12{,}563 & + \\ \underline{14{,}117} & \\ \mathbf{0} & \end{array}$$

Adunăm acum sutimile. Obținem $6 + 1 = 7$. La acest rezultat adunăm numărul 1 „ținut minte”. Avem $7 + 1 = \mathbf{8}$.

$$\begin{array}{rl} 12{,}563 & + \\ \underline{14{,}117} & \\ \mathbf{8}0 & \end{array}$$

Adunăm acum zecimile. Obținem $5 + 1 = \mathbf{6}$. În acest caz nu mai avem numere „ținute minte” de adunat.

$$\begin{array}{rl} 12{,}563 & + \\ \underline{14{,}117} & \\ {,}\mathbf{6}80 & \end{array}$$

Adunăm acum unitățile. Obținem $2 + 4 = \mathbf{6}$.

$$\begin{array}{rl} 12{,}563 & + \\ \underline{14{,}117} & \\ \mathbf{6}{,}680 & \end{array}$$

Adunăm acum zecile. Obținem $1 + 1 = \mathbf{2}$.

$$\begin{array}{rl} 12{,}563 & + \\ \underline{14{,}117} & \\ \mathbf{2}6{,}680 & \end{array}$$

Numărul obținut este: 26,680.

5. Înmulțirea fracțiilor zecimale cu un număr finit de zecimale nenule

Exercițiul 15 pagina 128

Rezolvare: a) Aflăm mai întâi suma numerelor. Observăm că numerele au două, respectiv trei zecimale. Putem adăuga un zero numărului cu două zecimale și astfel le putem aduna ca în exemplul anterior. Obținem:

$$\begin{array}{r} 52{,}11\mathbf{0}\ + \\ \underline{3{,}456} \\ 55{,}566 \end{array}$$

Acum putem afla numărul cerut. Relația pe care o avem de rezolvat este:

$$55{,}566 \cdot 1000$$

Astfel, mutăm virgula spre dreapta peste atâtea cifre câte zerouri are numărul 1000, adică trei. Obținem numărul 55566.

b)

$$\begin{array}{r} 345{,}670\ - \\ \underline{68{,}123} \\ 277{,}547 \end{array}$$

Pașii pe care i-am urmat în efectuarea scăderii sunt:

Din cifra miimilor, care este 0, scădem numărul 3. Pentru aceasta 0 „împrumută” un 1 de la cifra sutimilor, devenind astfel 10. Avem acum $10 - 3 =$**7.**

$$\begin{array}{r} 345{,}670\ - \\ \underline{68{,}123} \\ \mathbf{7} \end{array}$$

Cifra sutimilor a devenit $7-1=$**6.** Din aceasta îl scădem pe 2 și obținem **4.**

$$\begin{array}{r} 345{,}6\mathbf{6}\ - \\ \underline{68{,}12} \\ \mathbf{4}7 \end{array}$$

Scădem acum zecimile. Obținem $6-1=\mathbf{5.}$

$$\begin{array}{r} 345{,}6\ - \\ \underline{68{,}1} \\ ,\mathbf{5}47 \end{array}$$

Scădem acum unitățile. Observăm că din 5 îl scădem pe 8. Cum 5 este mai mic decât 8, „împrumutăm” un 1 de la cifra zecilor și obținem $15-8=\mathbf{7}$.

$$\begin{array}{r} 345\ - \\ \underline{68} \\ \mathbf{7},547 \end{array}$$

Scădem acum zecile. Cifra zecilor a devenit $4-1=\mathbf{3}$. Cum 3 este mai mic decât 6, „împrumutăm” un 1 de la cifra sutelor și obținem $13-6=\mathbf{7}$.

$$\begin{array}{r} 33\ - \\ \underline{6} \\ \mathbf{77},547 \end{array}$$

Cum scăzătorul nu are sute, coborâm cifra sutelor descăzutului, care a devenit $3-1=\mathbf{2}$.

$$\mathbf{2}77{,}547$$

Pentru a afla numărul cerut înmulțim numărul $277{,}547$ cu 7 astfel:

Numărul 7 se înmulțește cu fiecare dintre cifrele numărului dat, punând apoi virgula după câte zecimale are, de la dreapta spre stânga.

Obținem numărul 1942829 și punând virgula avem rezultatul final:

$$1942{,}829.$$

6. Împărțirea a două numere naturale cu rezultat fracție zecimală. Transformarea unei fracții ordinare într-o fracție zecimală. Periodicitate

Exercițiul 2 pagina 130

<u>Rezolvare:</u> a) Împărțim numărul 45 la 2. Mai întâi, observăm că împărțitorul (adică numărul 2) se cuprinde de 2 ori în numărul 4. Coborâm cifra 5.

$$\begin{array}{l|l} 45 & 2 \\ \cline{2-2} \underline{4\ } & \\ =5 & 2 \end{array}$$

Observăm că împărțitorul se cuprinde tot de 2 ori în cifra 5.

$$\begin{array}{l|l} 45 & 2 \\ \cline{2-2} \underline{4\ } & \\ =5 & 22 \\ \ \underline{4} & \\ \ 1 & \end{array}$$

Pentru a putea continua împărțirea adăugăm cifra 0 lângă cifra 1, obținând numărul 10 și adăugăm virgula la cât.

$$\begin{array}{l|l} 45 & 2 \\ \cline{2-2} \underline{4\ } & \\ =5 & 22, \\ \ \underline{4} & \\ 10 & \end{array}$$

Îl împărțim și pe 10 la 2 și obținem 5. Rezultatul final este 22,5.

$$\begin{array}{l|l} 45 & 2 \\ \cline{2-2} \underline{4\ } & \\ =5 & 22,5 \\ \ \underline{4} & \\ 10 & \\ \underline{10} & \\ == & \end{array}$$

Exercițiul 4 pagina 130

Rezolvare: Împărțim numărul 2 la numărul 3.

$$\begin{array}{r|l} 2 & 3 \\ \cline{2-2} & \end{array}$$

Cum 3 nu se cuprinde în numărul 2, adăugăm un 0 lângă 2 și virgula la cât.

$$\begin{array}{r|l} 20 & 3 \\ \cline{2-2} & 0, \end{array}$$

Numărul 3 se cuprinde în 20 de 6 ori. Adăugăm iar un 0 lângă 2 și continuăm împărțirea.

$$\begin{array}{r|l} 20 & 3 \\ \cline{2-2} \underline{18} & 0,6 \\ =2 & \end{array}$$

Se observă că această împărțire se repetă la nesfârșit. Obținem rezultatul final 0,6666 ... adică $0,(6)$.

$$\begin{array}{r|l} 20 & 3 \\ \cline{2-2} \underline{18} & 0,66 \\ =20 & \\ \underline{18} & \\ =2 & \end{array}$$

7. Media aritmetică a două sau a mai multor numere naturale

Exercițiul 4 pagina 132

Rezolvare: Notăm numărul necunoscut cu litera a.

Atunci, din ipoteză avem că:

$$\frac{a+8}{2} = 7.$$

Obținem că $a + 8 = 14$, de unde avem că $a = 14 - 8$ și deci $a = 6$.

Exercițiul 10 pagina 133

Rezolvare: După cum am mai văzut, putem nota cele trei numere cu:

$k, k + 1$ și $k + 2$, unde k este un număr natural.

Cum media aritmetică a acestora este 13, putem scrie:

$\frac{k+k+1+k+2}{3} = 13$, de unde obținem:

$\frac{3k+3}{3} = 13$ și mai departe $3k + 3 = 39$. De aici avem că:

$3k = 39 - 3$, adică:

$3k = 36$, de unde $k = \frac{36}{3}$ și deci $k = 12$.

Numerele sunt $12, 13, 14$.

Exercițiul 24 pagina 134

Rezolvare: Notăm cele trei numere cu literele *a*, *b* și *c*.

Cum al doilea număr este dublul primului, putem scrie:

$$b = 2a$$

Cum al doilea număr este cu 27 mai mic decât al treilea, putem scrie:

$$b = c - 27, \text{ adică } c = b + 27$$

Cum media aritmetică a celor trei numere este 49, avem:

$$\frac{a+b+c}{3} = 49$$

Înlocuindu-l pe c cu $b + 27$, obținem:

$$\frac{a+b+b+27}{3} = 49$$

Înlocuindu-l acum pe b cu $2a$, avem:

$$\frac{a+2a+2a+27}{3} = 49, \text{ adică:}$$

$$\frac{5a+27}{3} = 49. \text{ Obținem:}$$

$$5a + 27 = 147, \text{ de unde:}$$

$$5a = 147 - 27, \text{ adică:}$$

$$5a = 120.$$

De aici $a = \frac{120}{5}$ și deci:

$$a = 24.$$

Obținem că $b = 48$ și $c = 75$.

8. Împărțirea unei fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule la un număr natural nenul. Împărțirea a două fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule

Exercițiul 1 pagina 136

Rezolvare: b) $64,5 : 100 = 0,645$.

Observăm că virgula a fost mutată spre stânga peste atâtea cifre câte are numărul 100, adică 2.

k) $1,2445 : 100 = 0,012445$.

Observăm că virgula a fost mutată spre stânga peste atâtea cifre câte are numărul 100, adică 2. Cum după prima cifră nu mai existau și altele, a fost adăugat un 0.

Exercițiul 5 pagina 136

Rezolvare: a) $1,75 : 0,5$.

Cum împărțitorul nu este număr natural, iar acesta are o singură cifră după virgulă, înmulțim numerele cu 10. Obținem:

$$1,75 : 0,5 \,|\cdot 10 = 17,5 : 5$$

Facem acum împărțirea ignorând virgula la deîmpărțit. Avem:

$$175 : 5 = 35$$

Punem virgula și obținem rezultatul final 3,5.

9. Transformarea unei fracții zecimale periodice în fracție ordinară

Exercițiul 1 pagina 139

<u>Rezolvare:</u> a) Pentru a transforma fracția $0,(6)$ în fracție ordinară, scriem numărul din interiorul parantezei rotunde la numărător.

La numitor, cum fracția are doar o cifră în paranteza rotundă, scriem 9. Obținem:

$$0,(6) = \frac{6}{9}.$$

Exercițiul 2 pagina 139

<u>Rezolvare:</u> a) Pentru a transforma fracția $0{,}0(4)$ în fracție ordinară, scriem numărul din interiorul parantezei rotunde la numărător.

La numitor, cum avem doar o cifră în interiorul parantezei rotunde, vom scrie 9, însă, cum avem și o cifră în afara parantezei rotunde, vom scrie 90. Obținem:

$$0{,}0(4) = \frac{4}{90}.$$

Capitolul IV
Elemente de geometrie. Unități de măsură

1. Punct. Dreaptă. Plan. Semiplan. Semidreaptă. Segment

Exercițiul 7 pagina 164

<u>Rezolvare:</u> Desenăm o dreaptă, pe care o notăm cu d.

Din $R \in [MN]$ înțelegem că „R aparține segmentului $[MN]$”. Cum nu este specificat nimic despre lungimea acestui segment, îl putem alege oricât de mare. Spre exemplu, ca mai jos. Plasăm apoi punctul R oriunde în interiorul acestuia.

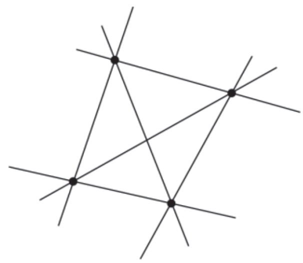
Din $N \in [RQ]$ înțelegem că „N aparține segmentului $[RQ]$”. Cum nu este specificat nimic despre poziția punctului Q acesta poate fi ales aleatoriu. Spre exemplu ca mai jos. Plasăm apoi punctul N oriunde în interiorul segmentului $[RQ]$.

Din $Q \in [NP]$ înțelegem că „Q aparține segmentului $[NP]$”. Prin urmare, punctul P trebuie plasat oriunde în dreapta punctului Q. Spre exemplu, ca în figura de mai jos.

2. Pozițiile relative ale unui punct față de o dreaptă Puncte coliniare. Pozițiile relative a două drepte

Exercițiul 5 pagina 168

<u>Rezolvare:</u> Desenăm patru puncte cu proprietatea cerută. Obținem, spre exemplu, punctele de mai jos pe care le-am unit cu drepte în toate modurile posibile.



Observăm că s-au obținut 6 drepte.

3. Distanța dintre două puncte. Lungimea unui segment Segmente congruente. Mijlocul unui segment Simetricul unui punct față de un punct

Exercițiul 11 pagina 173

<u>Rezolvare:</u> Putem afla cu ușurință cât măsoară întreg segmentul $[AB]$. Astfel, $AB = 2 \cdot 12 \text{ u. m.}$ Acum, pentru a afla cât măsoară o treime din $[AB]$, împărțim la 3 lungimea lui. Obținem:

$$\frac{1}{3}AB = \frac{12 \text{ u. m.}}{3} = 4 \text{ u. m.}$$

Pentru a afla cât măsoară 3 sferturi din $[AB]$, înmulțim cu $\frac{3}{4}$ lungimea lui $[AB]$.
Obținem:

$$\frac{3}{4}AB = \frac{3}{4} \cdot 12 \text{ u. m.} = \frac{3 \cdot 12 \text{ u. m.}}{4} = \frac{36}{4} u.m. = 9 \text{ u. m.}$$

Exercițiul 16 pagina 173

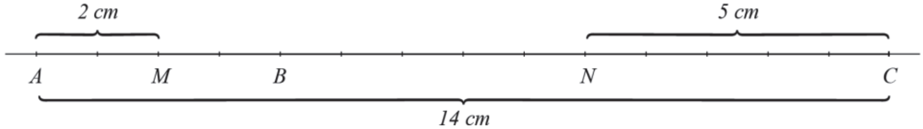
<u>Rezolvare:</u> Desenăm cele trei puncte ținând seama că acestea sunt coliniare și că $AB = 4\ cm$, iar $BC = 10\ cm$. Obținem figura de mai jos:

Împărțim lungimea segmentului $[AB]$ la 2 pentru a afla lungimea segmentului $[AM]$. Astfel:

$$AM = \frac{4\ cm}{2} = 2\ cm.$$

Împărțim și lungimea segmentului $[BC]$ la 2 pentru a afla lungimea segmentului $[NC]$. Avem:

$$NC = \frac{10\ cm}{2} = 5\ cm.$$



Pentru a afla lungimea segmentului MN, scădem din lungimea segmentului AC lungimile segmentelor AM și NC. Obținem:

$$MN = AC - AM - NC$$
$$MN = 14\ cm - 2\ cm - 5\ cm$$
$$MN = 7\ cm.$$

4. Unghi. Interiorul unui unghi. Exteriorul unui unghi

Exercițiul 6 pagina 177

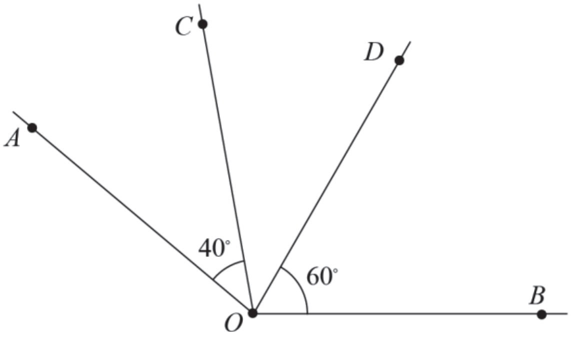
Rezolvare: Construim cu ajutorul riglei și al raportorului un unghi de 140° pe care îl notăm cu AOB.

Plasând apoi baza raportorului pe dreapta BO și cu gradația mijlocului în punctul O, trasăm un unghi de 60° pe care îl notăm cu AOD.

Punctul D trebuie plasat astfel încât D să fie în interiorul unghiului AOB.

Plasăm acum baza raportorului pe dreapta AO și cu gradația mijlocului în punctul O și trasăm un unghi de 40° pe care îl notăm cu AOC.

Punctul C trebuie plasat astfel încât C să fie în interiorul unghiului AOD.



Pentru a afla cât măsoară unghiul COD scădem din măsura unghiului AOB măsurile unghiurilor AOC și BOD. Obținem:

$$m(\sphericalangle COD) = m(\sphericalangle AOB) - m(\sphericalangle AOC) - m(\sphericalangle BOD)$$

$$m(\sphericalangle COD) = 140° - 40° - 60°$$

$$m(\sphericalangle COD) = 40°.$$

5. Măsura unui unghi. Unghiuri congruente
Clasificări de unghiuri

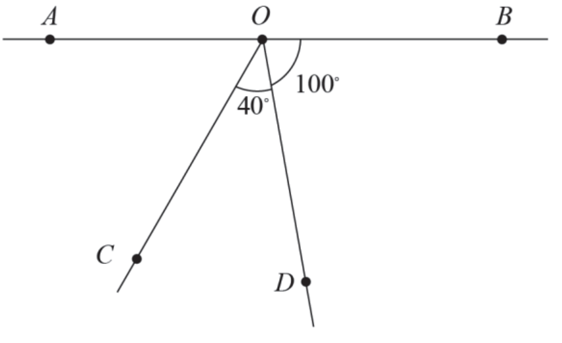
Exercițiul 9 pagina 180

Rezolvare: Din ipoteză știm că dublul unghiului DOB este de cinci ori măsura unghiului COD. Avem relația:

$$2 \cdot m(\sphericalangle BOD) = 5 \cdot m(\sphericalangle COD).$$

De aici obținem că:

$$m(\sphericalangle BOD) = \frac{5}{2} \cdot m(\sphericalangle COD), \text{ adică } m(\sphericalangle BOD) = 2{,}5 \cdot m(\sphericalangle COD)$$



Totodată, știm că unghiurile AOC și COD sunt congruente și că unghiul AOB este alungit. Obținem relația:

$$m(\sphericalangle AOB) = m(\sphericalangle AOC) + m(\sphericalangle COD) + m(\sphericalangle DOB), \text{ adică:}$$

$$180° = m(\sphericalangle COD) + m(\sphericalangle COD) + 2{,}5 \cdot m(\sphericalangle COD) \text{ și deci:}$$

$$180° = 4{,}5 \cdot m(\sphericalangle COD) \text{ și aflăm că:}$$

$$m(\sphericalangle COD) = \frac{180°}{4{,}5} = 40°$$

Imediat rezultă că:

$$m(\sphericalangle BOD) = 2{,}5 \cdot m(\sphericalangle COD), \text{ adică:}$$

$$m(\sphericalangle BOD) = 2{,}5 \cdot 40° \text{ și deci:}$$

$$m(\sphericalangle BOD) = 100°$$

8. Cub. Paralelipiped dreptunghic

Exercițiul 8 pagina 190

Rezolvare: Pentru a calcula volumul cubului trebuie să cunoaștem cât măsoară o latură a cubului.

Din ipoteză știm că aria unei fețe a cubului este de $36\ cm^2$. Cum o față a unui cub este de formă pătrată, iar aria unui pătrat este dată de formula $A = l^2$, obținem relația:

$$36\ cm^2 = l^2.$$

Cum 36 este pătratul numărului 6 obținem că $l = 6\ cm$.

Putem acum să calculăm volumul cubului. Avem că:

$$V = l^3 = (6\ cm)^3 = 216\ cm^3.$$

Exercițiul 11 pagina 190

Ideea: Vom afla mai întâi volumul cutiei, iar apoi volumul unei bucăți de săpun. Vom împărți apoi volumul cutiei la cel al bucății de săpun și vom afla câte bucăți de săpun întregi pot încăpea.

Rezolvare:

Volumul cutiei este dat de formula $V = L \cdot l \cdot h$. Astfel volumul cutiei este:

$$V = 36\ cm \cdot 24\ cm \cdot 18\ cm, \text{ adică:}$$
$$V = 15552\ cm^3$$

Volumul unei bucăți de săpun este dat de formula $V = l^3$.

Astfel, volumul bucății de săpun este:

$$V = (6\ cm)^3 = 216\ cm^3$$

Împărțim acum cele două volume și obținem că ar putea fi ambalate

$$\frac{15552\ cm^3}{216\ cm^3} = 72 \text{ bucăți de săpun.}$$

9. Unități de măsură pentru lungime Perimetre. Transformări

Exercițiul 11 pagina 194

Rezolvare: Transformăm mai întâi toate lungimile în metri. Astfel:

$$15\ dm = 1{,}5\ m$$

$$3{,}21\ dam = 32{,}1\ m$$

$$14\ hm = 1400\ m$$

$$0{,}25\ km = 250\ m$$

$$360\ cm = 3{,}6\ m$$

$$21\ mm = 0{,}021\ m$$

Adunăm toate lungimile exprimate în metri și obținem:

$$P = 1705{,}221\ m$$

Exercițiul 20 pagina 195

Rezolvare: Primul pas este să transformăm 0,15 hm în metri. Avem:

$$0{,}15\ hm = 15\ m$$

Cum perimetrul unui dreptunghi este dat de formula $P = 2 \cdot L + 2 \cdot l$, înlocuim cu valorile cunoscute și obținem:

$180\ m = 2 \cdot L + 2 \cdot 15m$, adică:

$180\ m = 2 \cdot L + 30\ m$. Astfel:

$2 \cdot L = 180\ m - 30\ m$, adică:

$2 \cdot L = 150\ m$. Aflăm că:

$$L = \frac{150\ m}{2} = 75\ m$$

10. Unități de măsură pentru arie
Aria pătratului și a dreptunghiului. Transformări

Exercițiul 25 pagina 200

Rezolvare: a) Aria bucătăriei este egală cu aria unui dreptunghi cu dimensiunile de 7 m și 5 m. Astfel, aria este egală cu:

$$A = 7\ m \cdot 5\ m = 35\ m^2$$

b) Mai întâi transformăm 50 cm în metri. Obținem:

$$50\ cm = 0{,}5\ m$$

Aria unei bucăți de gresie este egală cu aria unui pătrat cu latura de $0{,}5\ m$. Astfel, aria bucății este:

$$A = (0{,}5\ m)^2 = 0{,}25\ m^2$$

Împărțim acum aria bucătăriei la aria unei bucăți de gresie pentru a afla numărul de bucăți necesare. Avem:

$$\frac{35\ m^2}{0{,}25\ m^2} = 140 \text{ de bucăți de gresie.}$$

11. Unități de măsură pentru volum. Volumul cubului și al paralelipipedului dreptunghic. Transformări

Exercițiul 22 pagina 203

Rezolvare: Transformăm toate lungimile în metri. Astfel:

$$l = 100\ cm = 1\ m$$
$$h = 250\ cm = 2{,}5\ m$$

Aflăm volumul cutiei:

$$V = L \cdot l \cdot h = 5{,}5\ m \cdot 1\ m \cdot 2{,}5\ m = 13{,}75\ m^3$$

Transformăm latura cubului în metri. Astfel:

$$500\ mm = 0{,}5\ m$$

Aflăm acum volumul cubului:

$$V = l^3 = (0{,}5\ m)^3 = 0{,}125\ m^3$$

Împărțim volumul cutiei la volumul cubului pentru a afla câte cuburi pot încăpea. Avem:

$$\frac{13{,}75\ m^3}{0{,}125\ m^3} = 110 \text{ cuburi.}$$

12. Unități de măsură pentru capacitate. Transformări

Exercițiul 9 pagina 205

<u>Rezolvare:</u> Transformăm toate dimensiunile în dm. Astfel:

$$3{,}17\ m = 31{,}7\ dm$$

$$2{,}21\ m = 22{,}1\ dm$$

Aflăm volumul acvariului:

$$V = 31{,}7\ dm \cdot 22{,}1\ dm \cdot 113\ dm = 79164{,}41\ dm^3$$

Transformăm dm^3 în litri și, cum $1\ dm^3 = 1l$, obținem:

$$79164{,}41\ dm^3 = 79164{,}41\ l.$$

Exercițiul 19 pagina 206

<u>Rezolvare:</u> Transformăm dimensiunile în dm. Avem:

$$5{,}5\ m = 55\ dm$$

$$3{,}5\ m = 35\ dm$$

$$2{,}7\ m = 27\ dm$$

Aflăm volumul bazinului:

$$V = 55\ dm \cdot 35\ dm \cdot 27\ dm = 51{,}975\ dm^3$$

Transformăm dm^3 în litri și, cum $1\ dm^3 = 1l$, obținem:

$$51{,}975\ dm^3 = 51{,}975\ l$$

13. Unități de măsură pentru masă. Transformări

Exercițiul 10 pagina 208

<u>Rezolvare:</u> Cele 15 cutii vor cântări: $15 \cdot 10{,}5\ kg = 157{,}5\ kg$.

Cele 17 de cutii vor cântări: $17 \cdot 32\ kg = 544\ kg$.

Cele 20 de cutii vor cântări: $20 \cdot 15\ kg = 300\ kg$.

În total cutiile vor cântări:

$$157{,}5\ kg + 544\ kg + 300\ kg = 1001{,}5\ kg$$

Transformăm $1{,}5\ t$ în kg și avem:

$$1{,}5\ t = 1500\ kg$$

Astfel, camionul cântărește: $1500\ kg + 1001{,}5\ kg = 2501{,}5\ kg$.

Exercițiul 25 pagina 210

<u>Rezolvare:</u> Aflăm cât cântăresc inelele: $5 \cdot 10{,}5\ g = 52{,}5\ g$.

Aflăm cât cântăresc cerceii: $4 \cdot 19\ g = 76\ g$.

Aflăm cât cântăresc lănțișoarele: $3 \cdot 15{,}3\ g = 45{,}9\ g$.

Aflăm cât cântăresc brățările: $2 \cdot 35{,}7\ g = 71{,}4\ g$.

Adunăm acum toate greutățile aflate plus greutatea cutiei. Obținem:

$$52{,}5\ g + 76\ g + 45{,}9\ g + 71{,}4\ g + 75{,}9\ g = 321{,}7\ g.$$

14. Unități de măsură pentru timp. Transformări

Exercițiul 13 pagina 212

<u>Rezolvare:</u> a) De la 22^{30} la 6^{30} sunt 8 ore. La acestea adunăm și cele 20 de minute rămase până la 6^{50}. Așadar, în total, elevul doarme 8 ore și 20 de minute.

b) Într-o săptămână doarme:

$$7 \cdot (8 \text{ ore} + 20 \text{ min}) = 7 \cdot 8 \text{ ore} + 7 \cdot 20 \text{ min} = 56 \text{ ore} + 140 \text{ min} =$$
$$= 56 \text{ ore} + 2 \text{ ore} + 20 \text{ min} = 58 \text{ ore și } 20 \text{ min}.$$

15. Unități monetare. Transformări

Exercițiul 9 pagina 215

Rezolvare: Vom folosi *Metoda mersului invers* pentru rezolvare. Astfel, cum înainte de suma finala a mai primit 200 lei, vom scădea 200 lei din suma finală. Avem:

$$315 \text{ lei} - 200 \text{ lei} = 115 \text{ lei}$$

Cum înainte de a primi 200 lei a cheltuit 35 lei, adunăm 35 lei. Obținem:

$$115 \text{ lei} + 35 \text{ lei} = 150 \text{ lei}$$

Cum înainte să cheltuie 35 lei a primit 50 lei, scădem 50 lei. Obținem rezultatul final:

$$150 \text{ lei} - 50 \text{ lei} = 100 \text{ lei}.$$